

$$dN = (kl_w \cdot dt/p) \cdot H - \frac{\ln(2)}{s/24} \Sigma_s N \cdot dt$$

$$dH = -\frac{\ln(2)}{m} H \cdot dt + (kl_H \cdot dt/p) \cdot H + \Sigma_c N \cdot dt \Rightarrow \frac{d^2 H}{dt^2} = \left\{ -\frac{\ln(2)}{m} + kl_H/p \right\} \frac{dH}{dt} + \Sigma_c \frac{dN}{dt}$$

$$\left(\Sigma_c N = \frac{dH}{dt} + \left\{ \frac{\ln(2)}{m} - kl_H/p \right\} H \text{ より} \right)$$

$$\frac{d^2 H}{dt^2} = \left\{ -\frac{\ln(2)}{m} + kl_H/p \right\} \frac{dH}{dt} + \Sigma_c \left[(kl_w/p)H - \frac{\ln(2)}{s/24} \frac{\Sigma_s}{\Sigma_c} \left[\frac{dH}{dt} + \left\{ \frac{\ln(2)}{m} - (kl_H/p) \right\} H \right] \right]$$

整理すると

$$\frac{d^2 H}{dt^2} + \left[\left\{ \frac{\ln(2)}{m} - kl_H/p \right\} + \left\{ \Sigma_s \frac{\ln(2)}{s/24} \right\} \right] \frac{dH}{dt} - \left[\Sigma_c (kl_w/p) - \Sigma_s \left\{ \frac{\ln(2)}{m} - (kl_H/p) \right\} \right] H = 0$$

この式を

$$\frac{d^2 H}{dt^2} + \alpha \frac{dH}{dt} - \beta H = 0 \text{ と書けば}$$

$$\alpha \equiv \left\{ \frac{\ln(2)}{m} - kl_H/p \right\} + \left\{ \Sigma_s \frac{\ln(2)}{s/24} \right\}$$

$$\beta \equiv \Sigma_c (kl_w/p) - \Sigma_s \left\{ \frac{\ln(2)}{m} - (kl_H/p) \right\} \equiv (kl_w/p) \cdot (\Sigma_c + \gamma \cdot \Sigma_s) - \Sigma_s \frac{\ln(2)}{m}$$

$$\frac{d^2 H}{dt^2} + \alpha \frac{dH}{dt} - \beta H = 0 \text{ の解は、特性方程式の根が実数であれば、解は増加・減少の二つの}$$

指数関数の和で、 $H = c_1 \cdot \exp\left\{(t/2)(\alpha' - \sqrt{\alpha'^2 + 4\beta})\right\} + c_2 \cdot \exp\left\{(t/2)(\alpha' + \sqrt{\alpha'^2 + 4\beta})\right\}$ となる
(ここで、 $-\alpha$ を α' とした)。 α' 及び β には γ が含まれているが、 10^{-2} 程度であるとすると、 α'^2 に
現れる γ^2 は極めて小さく無視できるであろう。

境界条件としては、初期感染者数 $H_0 = 1$ であるとき、つまり $t = 0$ の時、 $c_1 + c_2 = 1$ ①

$$\frac{dH}{dt} = 0 \text{ となるのも } t = 0 \text{ の時であるので、 } (\alpha' - \sqrt{\alpha'^2 + 4\beta}) \cdot c_1 + (\alpha' + \sqrt{\alpha'^2 + 4\beta}) \cdot c_2 = 0 \text{ ②}$$

の二つの式を連立させて求めることができる。

$$\text{Cramer の公式から、 } c_1 = \frac{(\alpha' + \sqrt{\alpha'^2 + 4\beta})}{2 \cdot \sqrt{\alpha'^2 + 4\beta}}, \quad c_2 = -\frac{(\alpha' - \sqrt{\alpha'^2 + 4\beta})}{2 \cdot \sqrt{\alpha'^2 + 4\beta}}$$

$$\text{従って、 } H = H_0 \cdot \left(c_1 \cdot \exp\left\{(t/2)(\alpha' - \sqrt{\alpha'^2 + 4\beta})\right\} + c_2 \cdot \exp\left\{(t/2)(\alpha' + \sqrt{\alpha'^2 + 4\beta})\right\} \right)$$

が感染者数の増加を示す関数である。

この結果をグラフに示すプログラムを三種作成した。

- 1 H vs 時間のグラフ
- 2 時間が負の時の関数を加えたグラフ
- 3 動特性プログラムとして、実行再生産数を割り込ませ、三密状態を模擬するグラフ