$dN = -Ndt/\Lambda$ ① 未感染者数が $(\Lambda/0.693)$ 日に半減する

$-dN = \nu \cdot \Sigma_N H \cdot dt$ ② 感染者が ν 個のウィルスを未感染者に確率 Σ_N で放射

$dH = k_{eff} H \cdot dt/\rho - dN/(\nu \cdot \Sigma_N)$ ③ 感染者は ρ 日間に一人当たり k_{eff} 人を感染させる

－－－－－－－－－－－－－－－－

①の解は $N = No \cdot \exp(-t/\Lambda)$

$dN = No \cdot (-1/\Lambda) \cdot \exp(-t/\Lambda) \cdot dt$

②より $\nu \cdot \Sigma_N H \cdot dt = No/\Lambda \cdot \exp(-t/\Lambda) \cdot dt$

積分すると左辺は t 日後の感染者数、右辺は t 日までに感染者になった未感染者の全数となる。（Ｉ）

感染者になった未感染者の全数 $H(t) = No/(\nu \cdot \Sigma_N) \cdot \{1 - \exp(-t/\Lambda)\} = N_{\to\infty}$

③を変形し $dN/(\nu \cdot \Sigma_N) + dH = k_{eff} H \cdot dt/\rho$

$dH = k_{eff} H \cdot dt/\rho + Noo/(\nu \cdot \Sigma_N \Lambda) \cdot \exp(-t/\Lambda) \cdot dt$ 　Noo は 0 人から始まる未感染者である。

$dH/dt - k_{eff} H/\rho = Noo/(\nu \cdot \Sigma_N \Lambda) \cdot \exp(-t/\Lambda)$

積分因子 $\exp(-k_{eff} t/\rho)$ を乗じ

$dH/dt \cdot \exp(-k_{eff} t/\rho) - k_{eff} H/\rho \cdot \exp(-k_{eff} t/\rho) = Noo/(\nu \cdot \Sigma_N \Lambda) \cdot \exp(-t/\Lambda - k_{eff} t/\rho)$

$d/dt \cdot \{H \cdot \exp(-k_{eff} t/\rho)\} = Noo/(\nu \cdot \Sigma_N \Lambda) \cdot \exp(-t/\Lambda - k_{eff} t/\rho)$ 　t で積分すると

$H \cdot \exp(-k_{eff} t/\rho) - [Noo : C_{\to\infty}] = \{Noo/(\nu \cdot \Sigma_N \Lambda)\} \cdot \exp(-t/\Lambda - k_{eff} t/\rho)/(-1/\Lambda - k_{eff}/\rho)$ 　④

H が頭打ちになるまでの増大部についての式の積分定数は t が 0 の時 Noo であるとした

$Noo = -\{Noo/(\nu \cdot \Sigma_N \Lambda)\}/(-1/\Lambda - k_{eff}/\rho)$ 　右辺第二項は

$-\{Noo/(\nu \cdot \Sigma_N \Lambda)\}/(-1/\Lambda - k_{eff}/\rho) = Noo/(\nu \cdot \Sigma_N)/(1 + k_{eff}\Lambda/\rho)$

④式の積分因子を割ると

$H_{\Uparrow}(t) = \{H \cdot \exp(-k_{eff} t/\rho)\}/\exp(-k_{eff} t/\rho) = \{Noo/(\nu \cdot \Sigma_N)\}/(1 + k_{eff}\Lambda/\rho) \cdot \exp(k_{eff} t/\rho)$

一方、感染者になった未感染者の全数に漸近する H の積分定数 $C_{\to\infty}$ は t が ∞ への漸近時

No になるとして $C_{\to\infty} = -\{No/(\nu \cdot \Sigma_N \Lambda)\}/(1/\Lambda + k_{eff}/\rho)/\exp(-t/\Lambda)$

$N_{\to\infty} = No/(\nu \cdot \Sigma_N) \cdot \{1 - \exp(-t/\Lambda)\}$ であるので、

$C_{\to\infty} = N_{\to\infty}/\Lambda/(1/\Lambda + k_{eff}/\rho) = N_{\to\infty}/(1 + k_{eff}\Lambda/\rho)$

従って増大部分の函数は
$$H_{\Uparrow}(t) = \{Noo \cdot \rho/(\nu \cdot \Sigma_N)\}/(1 + k_{eff}\Lambda/\rho) \cdot \exp(k_{eff} t/\rho)$$
$$= Noo \cdot \exp(k_{eff}\tau)/\{(\nu \cdot \Sigma_N) \cdot (1 + k_{eff}\Lambda/\rho)\}$$

未感染者の全数に漸近する函数は
$$H_{\Rightarrow}(t) = No/(\nu \cdot \Sigma_N) \cdot \{1 - \exp(-t/\Lambda)\}/(1 + k_{eff}\Lambda/\rho)$$
$$= No \cdot \{1 - \exp(-\tau/\Lambda\rho)\}/\{(\nu \cdot \Sigma_N) \cdot (1 + k_{eff}\Lambda/\rho)\}$$