初等数学でわかる原子炉の理論

武田充司　著

この小著は１９６２年（昭和３７年）春に、日本原子力発電株式会社（以下、「原電」と略す）の新入社員教育プログラムにおいて、原子炉理論のテキストとして著者が数日間で書き下し、使用したものの再製版である。当時使われたテキストは、A4のわら半紙にガリ版刷りしたものであった。その後何年か続けて、毎年、原電の新入社員教育のテキストとして著者が使い続けたが、わが国最初の商業用原子力発電所である原電の東海発電所が完成したあと、同発電所の設備概要説明書の付録の中に「原子炉の理論」として活字で印刷されたものが残った。しかし、東海発電所が１９９８年3月３１日に閉鎖され、廃炉処分となったため、同発電所の設備概要説明書も不要となったのを機に、同書の付録の「原子炉の理論」を再製し、タイトルも当初の「初等数学でわかる原子炉の理論」に戻して残すことにした。

活字で印刷された本文と図表をパソコンに取り込み、昔の通りに復元して読める形にする作業は原電のOBで、元原電総合研修センター所長・枝久雄君が引き受けてくれた。この作業が意外に大変で、枝君の精力的な努力でようやくこのような体裁にまとまったのが、奇しくも原電創立５０周年にあたる今年（２００７年）の春であった。枝君の無私の熱意と努力に心から感謝する次第である。

ところで、当時の原電の新入社員に対して、このような小冊子による原子炉理論の教育が必要だった背景には、当時のわが国の原子力教育の未熟さがあった。著者の記憶によれば、原電に最初の原子力工学科卒業生が入社したのは、その前年の１９６１年（昭和３６年）のことであったと思う。それは東海大学の原子力科の卒業生であった。東京大学の原子力工学科の第一期生が卒業して原電に入って来たのが１９６４年（昭和３９年）のことであるから、新入社員に原子炉理論の基礎を簡潔に教えることは、今では全く想像できないほど重要であり、困難な仕事であった。

この不完全な小冊子はそういう時代の産物ではあるが、今でも理系の大学生や大卒の理系人間が、原子炉の理論的な基礎を手短に理解しようとする場合には、多少は役立つかも知れないと思う。（２００７年6月：武田充司 記）

初 等 数 学 で わ か る
原 子 炉 の 理 論

目　次

原子炉の理論はなかなか高級な理論でむずかしい数学をたくさん使う。そういう高級な数学を使った立派な本も多い。しかしこれではむずかし過ぎるし，第一，ごく一部の専門家以外は，こんなむずかしい理論を知る必要がない。しかし，もう少し易しい本を探してみると，今度は易し過ぎて何も書いてない。原子炉のまわりで仕事をしなければならない実際的な人達は専門家のようにむずかしい数学的理論はわからなくても原子炉の基本的な性質を理解していなければ困る。

そこでこういう中間の要求に応じられるよう，少しは数式を用いて高等学校の数学と理科の本を理解できる人ならば誰にもわかるように原子炉理論を解説する。

予備的な知識としては，中性子がウラニウムの原子核にぶつかると核分裂を起し，その時に多量の熱を出すということなど漠然と知っていればよいだろう。

第一章：連 鎖 反 応

核分裂物質（例えばU^{235}）を含んだ体系の中に中性子が投げ込まれると，中性子はその体系の中のU^{235}原子核に衝突し核分裂を起させる可能性がある。核分裂の過程は先ず中性子が核分裂物質に吸収され，従って中性子は消滅し，しかる後に核分裂が起って新しい中性子，即ち2代目の中性子が生れる。そこでこの2代目の中性子が再び他のU^{235}原子核に衝突して吸収され，2度目の核分裂を起す。このように次々と核分裂が起ってゆくことを連鎖反応という。

少し注意して考えてみればわかる通り，この連鎖反応の様子は次の3種類がある。

（1）次第に衰えてゆく連鎖反応　　（2）次第に増えてゆく連鎖反応

（3）増えも減りもしない初めのまゝの状態を持続する連鎖反応

この3種類の連鎖反応の形式は核分裂物質を含んだ体系の性質と関係があるが，それを考える前に先ず，この現象をもっとやさしくしかも明瞭に理解するために数学的な表現を求めてみる。

1.1　T〔秒〕間にk〔倍〕になる体系

ある量xがT秒間にk倍になる現象を考える。

いま時刻　$t=0$　のとき，　　$x=N$　とすると，

$t=T$のときは　　$x=kN$　になる。

同様にして　$t=T+T=2T$のとき　$x=k(kN)=k^2N$

$t = 2T + T = 3T$ のとき　$x = k(k^2 N) = k^3 N$

$t = 3T + T = 4T$ のとき　$x = k(k^3 N) = k^4 N$

これをくり返してゆくと

$t = nT$ のとき　$x = k^n N$

になることがわかる。即ち x は n の函数である。n は初めから現在までの時間 t が時間間隔 T〔秒〕の n 倍になっていることを示す正の整数 n である。

x が n の函数であるということを $x(n)$ とかくと，

$$x(n) = k^n N \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

そこで $0 < k < 1$ なら n が大きくなるにつれて $x(n)$ はどんどん小さくなり，$k > 1$ ならば逆に大きくなる。

しかし $k = 1$ ならば $x(n)$ は n に無関係にいつも N である。

これが先に考えた連鎖反応の3ッの形式と対応することはすぐわかるだろう。

（1）$0 < k < 1$ のとき，即ち減衰のとき，

この体系は「臨界以下（Subcritical）」であるという。

（2）$k > 1$ のとき，即ち増大のとき，

この体系は「臨界以上（Supercritical）」であるという。

（3）$k = 1$ のとき，即ち一定のとき，

この体系は「臨界（Critical）」であるという。

そして k を「増倍係数（Multiplication factor）」と呼び，T を「寿命（Life time）」と呼ぶ。

1.2 連鎖反応の定常状態

$k = 1$ のときには中性子の個数はいつまでたっても初めに投入された個数 N のまゝであることがわかったからこれはひとつの定常状態をつくる。

$k = 1$ のときは N 個のものを吸収して N 個のものを生み出すのだから，これは数式によらなくても自明である。

$0 < k < 1$ の場合には N 個のものを吸収して初めの N 個より少い kN 個のものを生み出すことがくり返されるのだから，どんどん減って行き定常状態は生じない。しかし，こゝに T〔秒〕間隔で N 個づつ中性子を投入することのできる装置があったとすると事情は変って来る。

$t = 0$ のとき，　N 個投入，従って $x = N$

$t = T$ のとき，　初めに投入された N 個が kN 個になり，その他にまた N 個

投入するから，

$$x = N + kN$$

$t = T + T = 2T$ のとき，$t = T$ のときに存在した $N + kN$ 個が k 倍され，更に N 個が投入され

$$x = N + k(N + kN) = N + kN + k^2 N$$

同様にして　$t = 2T + T = 3T$ のとき　$x = N + kN + k^2 N + k^3 N$

$t = nT$　のとき

$$\begin{aligned} x &= N + kN + k^2 N + \cdots\cdots + k^n N \\ &= N\left(1 + k + k^2 + \cdots\cdots + k^n\right) \\ &= N\sum_{m=0}^{n} k^m \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2) \end{aligned}$$

これは公比 k の等比級数であるから，　和は簡単に求められ，

$t = nT$　のとき

$$x = N\frac{1 - k^{n+1}}{1 - k} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (3)$$

但し，$k \neq 1$ の場合に限る。

$k = 1$　ならば，（2）式から

$$x = N(1 + 1 + 1 + \cdots\cdots + 1) = nN \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (4)$$

となることは明らか。

〔註〕$1 + k + k^2 + \cdots\cdots + k^n$　の求め方。

$k(n) = 1 + k + k^2 + \cdots\cdots + k^n$　とおくと

$k \cdot k(n) = k + k^2 + \cdots\cdots + k^{n+1}$

$\therefore \quad k(n) - k \cdot k(n) = 1 - k^{n+1}$

$\therefore \quad k(n) = \dfrac{1 - k^{n+1}}{1 - k}$

ところで，今 $0 < k < 1$ の場合を考えていたのだから，先ず（3）式で $0 < k < 1$ の場合を考察してみる。

T 秒間隔で N 個づつ中性子を投入できる装置（これを中性子源，Neutron Sourceと呼ぶ）をこの体系に入れて充分時間が経った後のことを考えると，その間に無数の核分裂がくり返される。

ところで，$0 < k < 1$ のとき　$\lim_{n \to \infty} k^n = 0$　であるから，n が非常に大きくなると，（3）式は

$$x = N\frac{1}{1 - k} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (5)$$

この式はこの体系の中に中性子源が入れられてから充分時間が経てば中性子の数は一定の

値 $\frac{N}{1-k}$ に近づくことを示している。この状態は正確には定常状態とはいえないが，充分時間が経てばその変化（増加）は僅かでしかも限りなく $\frac{N}{1-k}$ の値に接近し，これを越えることがないのだから実際的には定常状態に達したとみなされる。

（5）式で k を0に近づけると，x は N よりほんの僅か大きな値となり，k を1に近づけると x はいくらでも大きくなる。

即ち，k が0に近い体系では中性子源が T 秒毎に出す中性子数 N とほゞ同様の，それより僅か大きい中性子数が体系の中に保持されるし, k が1に近ければ体系の中性子数は非常に大きな数となって一定になる。

この様子を図に示すと図1のようになる。

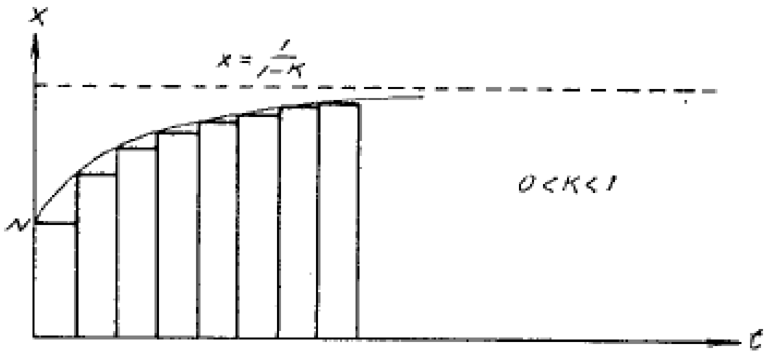


図　1

次に $k>1$ の場合を考えると（3）式は,

$$x = N\left(\frac{1-k^{n+1}}{1-k}\right) = N\left(\frac{k^{n+1}-1}{k-1}\right)$$

n が充分大きくなると，$k^{n+1} >> 1$ となるから，　近似的に

$$x = \frac{N}{k-1} \cdot k^{n+1} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (6)$$

これを図に示すと図2 のようになる。

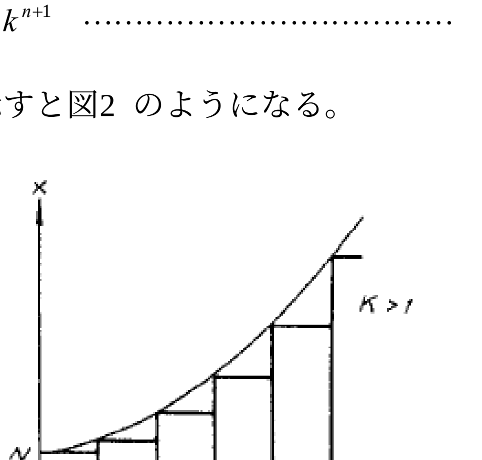


図　2

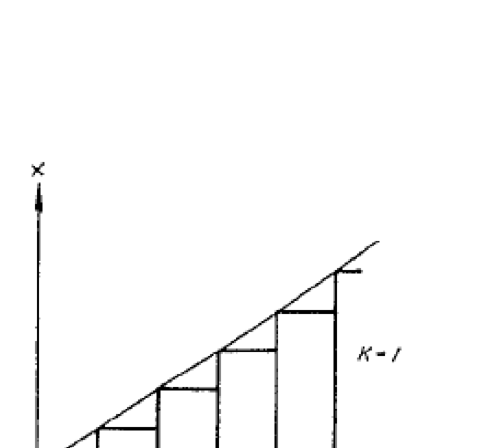


図　3

$k=1$ の場合は，（4）式で $x=nN$ 　であったから，図3のようになる。

$k=1$ の場合は，（4）式で $x=nN$ 　であったから，図3のようになる。

この図1，図2，図3が臨界以下，臨界以上，臨界に対応するものであることは，1で述べたことから理解できるであろう。

ここでT秒間にk倍になる体系（この場合，原子炉）に時刻$t=0$ にN個の種（この場合，中性子）を投入した場合と，時刻$t=0$，T，$2T$，$3T$，・・・・・・・・・ に次々にN個の中性子を投入した場合との2つの場合について中性子のその後の数の変化の様子をしらべたことになる。

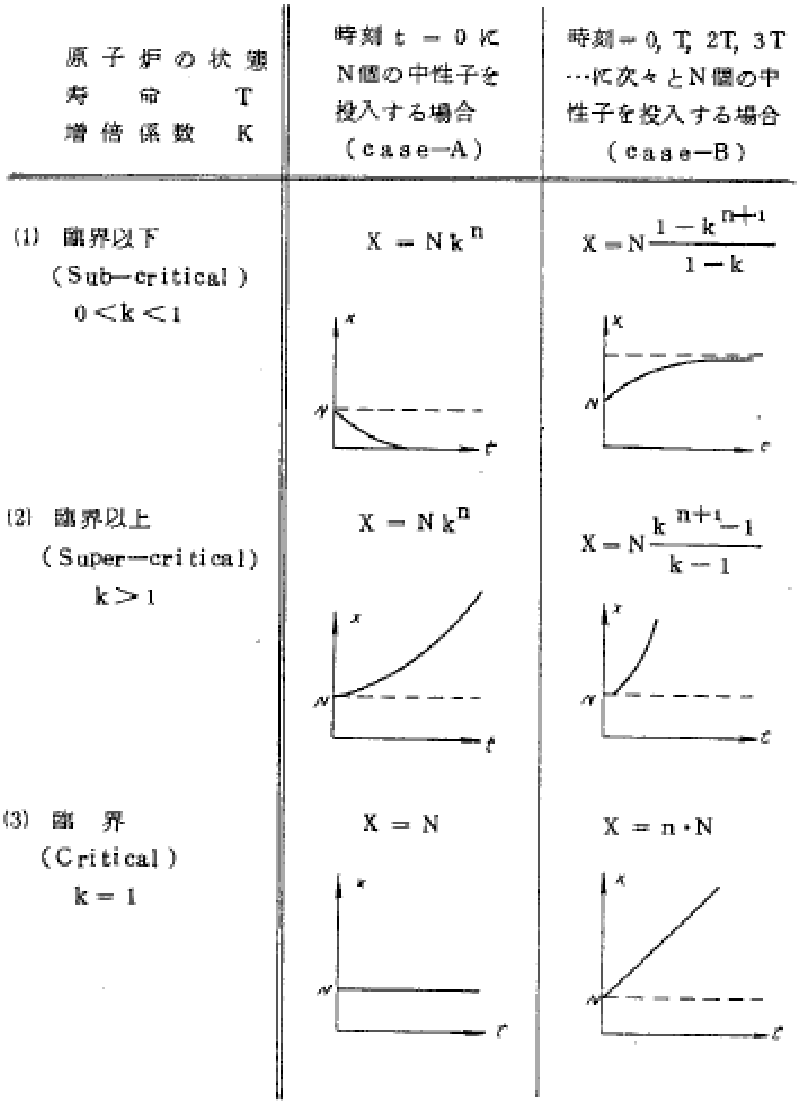


図 4

これを臨界以下（$0<k<1$），臨界以上（$k>1$），臨界（$k=1$）の3つに分けて整理してみると図4のようになる。

この表からわかるように連鎖反応が定常状態を保つためには，臨界（$k=1$）ならば中性子源が不要であり，臨界以下（$0<k<1$）ならば中性子源が必要である。臨界以上では定常状態は存在しない。

逆に，中性子源なしで定常状態（一定の中性子数）を保持できる場合を臨界と呼び，中性子源なしでどんどん中性子数が増加してしまう場合を臨界以上と呼ぶと考えてもよい，むしろこうした定義の方が実用的であろう。

臨界になっている原子炉に中性子源を入れたまゝにしておくと，この表の（3）の右側に示したように炉の中の中性子数は果てしなく増加し，従って核分裂の数も果てしなく増加して原子炉は破壊してしまう。

臨界以上ならばこの傾向は更に激しく危険である。

また臨界以下の場合でも，中性子源が存在する体系では定常状態の中性子密度が達せられ，それに伴って一定の割合での核分裂が維持される。そして，中性子源を大きくしたり，増培係数kを1に近づけたりすると，この核分裂の割合が増大するから臨界以下だからといって安心してはいけない。

第二章　4 因子公式と増倍係数

前章ではごく簡単な連鎖反応の説明をしたが，　そのときに「臨界（Critical）」とか「増倍係数（multiplication factor）」とか「寿命（life time）」とかいう大切な概念が算術的な式の中に取り入れられ，概念的な説明がなされたが，これらの概念が実際の原子炉の中で起る物理現象のどのような部分に対応しているのかもっと実際に即して理解する必要がある。そこでこれから，そうした原子炉の中で起る物理現象の説明を中心にしてもう一度，これらの言葉を考えてみる。そしてここでは，先ず「増倍係数（Multiplication factor）」の説明を行う。

2.1 中性子の速さと核分裂

天然ウランは質量数238のウラニウム原子（これをU^{238} とかく）と質量数235のウラニウム原子（これをU^{235} とかく）の2種類の同位元素の混ったもので，その混合の割合はU^{238} 140個に対しU^{235} 1個の割合である。ところでこの両方とも核分裂を起すのであるが，U^{238} は速い中性子が衝突したときにだけ核分裂を起し，それより遅い速度の中性子が衝突してもその中性子を吸収してしまうだけで核分裂を起さない。一方，U^{235} は遅い中性子が衝突したときには，非常によく核分裂を起すが，それより速い速度の中性子が衝突しても殆んど核分裂を起さない。従って核分裂を連続的に起させてエネルギーをとり出そうとする原子炉では，速い中性子を保持してU^{238} で連鎖反応を行わせるものと，遅い中性子を保持してU^{235} で連鎖反応を行わせるものが考えられる。前者の形の原子炉を高速炉と呼び後者の形の原子炉を熱中性子炉と呼んでいる。天然ウランを使った原子炉ではU^{235} 1個に対してU^{238} 140個が入っているのだから一見して高速中性子を利用した方がよさそうであるが，実際は逆で天然ウランを使った原子炉は熱中性子炉である。現在，世界で実用に供されている動力用原子炉は殆んどこの熱中性子炉である。

天然ウランを燃料とする高速炉が不可能なのは，高速中性子を維持することができないからである。速い中性子もウラニウム原子との衝突などですぐ遅い中性子に弱められてしまいU^{238} の核分裂を起す能力を失ってしまうからである。

2.2 中性子の減速と減速材

普通用いられている熱中性子炉の特色は減速材とか減速物質とか呼ばれる物質が燃料である核分裂性物質と混合されているということである。この混合の仕方に2通りあり，減速物質の中に燃料物質（例えば天然ウラン）を棒状にして多数挿し込む方法と減速物質と燃料物質とを均一に混合してしまう方法とがある。前者のような混合の仕方をした原子炉を非均質炉といい，後者のような混合の仕方をした原子炉を均質炉という。減速材は速い中性子を遅い中性子（こ

れを熱中性子という）に変える作用の大きい物質で，例えば黒鉛，水，などが用いられる。核分裂によって生れる中性子は速い中性子なので（核分裂の際に中性子が2～3個非常な勢いで放出されるので）これを遅い中性子にしてやらなければU^{235} と衝突しても次の核分裂は起らないので，減速材はこの速い中性子を遅い中性子に変えてやる。速い中性子は減速材がなくても天然ウランの塊りの中でウラニウム原子と衝突してすぐエネルギーを失い遅い中性子になるのだが，この遅さの程度は，U^{238} の核分裂を起こす程速くないが，U^{235} の核分裂を起す程遅くはないのである。従ってこれをもっとずっと遅い速度にまで減速してやらなければ役立たない。ところが，その途中で燃料であるウランにも衝突し，吸収されてしまう中性子がある。こうして減速の途中で吸収されてしまった中性子は次の核分裂を起すのには役立たなくなるから連鎖反応を維持するには，できるだけこの途中で吸収される中性子の数を少くしたい。そこで減速はなるべく手ぎわよく素速くやってしまった方がよいことになる。もたもたしていると熱中性子まで減速しないうちに途中の衝突で吸収されてなくなってしまう。このような意味で熱中性子炉では能率のよい減速材を使うことが重要なのである。

減速材の原子との衝突によって中性子が減速する様子は元気のよい男が群衆の中を右往左往して走り廻っているうちに群衆とぶつかり合ってだんだん疲れて元気がなくなるのと似ているし，その途中で吸収されてしまうのは群衆と衝突してついに動けなくされてしまうのと似ている。従って何度も衝突しなければ熱中性子にならないような減速材あるいは中性子を吸収し易い減速材もよくない。ところでよく使われている減速材には水と黒鉛がある。水は18回ぐらいの衝突で高速中性子を熱中性子にすることができるが，黒鉛は114回ぐらいかかる。しかし水は黒鉛に比べて中性子を吸収し易い欠点がある。

2.3 熱中性子

減速されて遅くなった中性子を熱中性子という。気体というものは分子の集合であって，分子の各々が勝手な方向に飛びまわり容器の壁にぶつかって跳ね返っている。このときこの分子の飛びまわる速さが気体の温度と関係があり，温度が高くなると速さも速くなる。

遅くなった中性子もこの気体の分子とよく似ている。違う点は燃料や減速材という物質の中を飛び廻っているということである。燃料や減速材も原子が沢山集ってできてきていることには変りなく，その原子と原子の間はすき間が大きくあいていて，中性子が自由に飛び交うことができる。そして時々その原子と衝突し跳ね返されたり，吸収されたり，また核分裂を起させたりしている。一定の体積内をとってみるとその中を飛びまわっている中性子の数は非常に多いが（普通の原子炉内で1㎝^{3} 当り約5×10^7 個である）それにもまして燃料や減速材の分子の数の方が桁違いに多い（アボガドロ数：6.023×10^{23}〔個／モル〕を用いて水の場合を計算してみ

れば$\frac{6.023}{18}\times10^{23}$〔個／cm³ 〕となり約$3\times10^{22}$〔個／cm³ 〕である），従って中性子同志の衝突は中性子と減速材，燃料との衝突に比べて無視できるほど少いことがわかる。

ところで，減速材のような固体や液体の原子は気体の場合のように自由に飛びまわってはいないが，しかしやはり動いている。この動きは振動的で狭い範囲を行ったり来たりするようなものだが，やはりその物質の温度と関係し温度が高くなれば激しくなる。そこでこの原子と衝突しながら飛びまわっている中性子はやはりこの原子と同じぐらいのエネルギーを持つようになる。これ以上ゆっくりした速さになっても熱運動をしているこれらの原子と衝突すれば強く跳ね返されてしまうので中性子はこの原子の熱運動とバランスする程度の速さになっている。従ってこのような中性子の速さも減速材の温度と関係し，温度が高くなれば速くなる。速い中性子も減速によってこの熱運動の速さまで遅くなると，それ以下にはならなくなることから遅い中性子を熱中性子と呼ぶわけである。

ところで，この熱中性子はU^{235} と衝突して核分裂を起すものもあるが，一部は減速材に吸収されたりU^{238} に吸収されたり, またその他原子炉内のいろいろな構造材料などにも少数であるが吸収されるので，第2代目の高速中性子を生み出すためのU^{285} の核分裂を起すのに役立つ中性子は熱中性子の一部分に過ぎない。

2.4 中性子の生涯

いままで説明した中性子の振舞を初めから終りまでの，いわゆる中性子の一生を4つの時代に区分して考えるとわかり易い。

（1）高速中性子時代　これは幼年時代であり, ウラニウム原子との衝突で急激に減速され, 減速物質内へ入って行くと同時に，その一部はU^{238} に衝突して核分裂を起す。勿論, 吸収されて失われるものもある。しかし全体としてみると，この時代にU^{238} の核分裂のおかげで中性子は少し増える。このときの倍率をε（イプシロン）で表し，「高速中性子増倍係数」という。例えば100個の中性子が，103個になる程度である。このとき

$\varepsilon=\frac{103}{100}=1.03$ である。

（2）減速時代　　これは修業時代である。

初め100個生れた中性子が，この時代に入る時には（1）により103個ぐらいになっているが，あっちこっち衝突しながら飛びまわり次第にエネルギーを失ってゆく間に吸収され, 消滅するものもでて来る。この吸収の主なものはU^{238} の共鳴吸収というもので, これは或るエネルギー（速さ）の中性子だけを強く吸収する性質があり，落し穴みたいなものである。この落し穴はあちこち大小数多いが，これをうまく飛び越えて熱中

性子になれるものは全体の80%～90%ぐらいである。この割り合をp（ピー）で表し，「共鳴を逃れる確率」という。即ち，$p=0.8$ とか0.9 とかいう値が普通である。従って100個が幼年時代の終りに103個になり，この修業時代の終りには$103\times\frac{90}{100}\cong 93$個になる。あるいは100個が先ず$\varepsilon$倍になり次に$p$倍になると考えて

$100\times\varepsilon\times p=100\times 1.03\times 0.90\cong 93$ となる。

（3）熱中性子時代　これはいよいよ修業が終って一人前になった時代でもうエネルギー（速さ）も衝突によって殆んど変らず，原子炉の中をあちこち飛び廻る。そして吸収されたままで終るものもあるが，一部はU^{235} の核分裂を起すべく吸収される。吸収される全熱中性子数に対して，このU^{235} に吸収される中性子数の割合いをf_5（エフ・5）と表し，「（U^{235} に対する）熱中性子利用率」という。

このf_5の値はほぼ0.5～0.6ぐらいである。あるいは吸収される全熱中性子数に対して燃料に吸収される（即ち，天然クラン燃料ならU^{235} とU^{238} の両方に吸収される）割合いをf（エフ）と表し，「熱中性子利用率」ということもある。

ところで初め100個だったものが熱中性子になった時には約93個になっていたのであるから，$f_5=0.58$ とすると，93個ののちの58%がU^{235} に吸収され，残りの42%は他のものに吸収されて死んでしまったことになる。

そして$93\times\frac{58}{100}\cong 54$，即ち約54個が目ざす$U^{235}$ に吸収されたことになる。

（4）核分裂時代　これはいよいよ第2世の高速中性子を生み出す時代である。U^{235} は1回の核分裂で平均約2.5個の速い中性子を放出する。2.5個という意味は3個放出するものもあり2個放出するものもありで，多数の例をとって平均してみると2.5個になるということである。決して半分の中性子を放出するということではない。しかし中性子を吸収したU^{285} がすべて核分裂を起すわけではなく，そのうちの約80%が核分裂を起す。従って100個の中性子がU^{235} に吸収されれば80個が分裂を起し20個は吸収されたまゝで終るから$80\times 2.5+20\times 0=200+0=200$個の中性子が生れることになる。これを$U^{235}$に吸収された中性子1個当りになおすと$\frac{200}{100}=2$ 個ということになる。この2個という数字, 即ちU^{235} に吸収された中性子1個当りに生れる高速中性子の数をη_5（エーター・5）と表し「（U^{235} による）実効熱中性子放出数」という。ところでU^{235} に吸収されたのは54個であったから$54\times 2=108$個の高速中性子が2代目として生れたことになる。このように中性子が初めの状態にもどるまでのいわゆる1世代の生涯を1サイクルと呼ぶ。

この例では1サイクルが完了すると100個の中性子が108個に増えている。この1サイクルで増える割合$\frac{108}{100}=1.08$ が第一章で用いたk（増倍係数）に相当する。

即ち，この例では$k=1.08$ であり，従って臨界以上（Supercritical）になっている。

〔註〕この臨界以上については後でもう少し説明する。というのはこれまでは原子炉の大きさを考えずに話をしてきた。しかし臨界，臨界以上あるいは臨界以下とかいうことは原子炉の大きさとむすびつけて考えることが必要である。

（5）4 因子公式

いまの例で求めた$k=1.08$ という値は$1.03\times 0.90\times 0.58\times 2.0=1.08$ として求めたものである。100個のものがε倍（1.03倍）になり，次にp倍（0.90倍）になり，次にf_5倍（0.58倍）になり，次にη_5倍（2.0倍）になったのである。

$$\frac{100\times\varepsilon\times p\times f_5\times\eta_5}{100}=\varepsilon\cdot p\cdot f_5\cdot\eta_5=k$$

あるいはf_5の代りにfを用いるとη_5の代りにηを用いなければならないから，このときηは燃料に吸収された熱中性子1個当りに生れる高速中性子の数を表すが，$k=\varepsilon p\cdot f\eta$という関係が成り立つ，これは$k$が4つの因子$\varepsilon$，$p$，$f$および$\eta$の積として表されていることから4因子公式と呼ばれ，原子炉の基本公式である。

$k=\varepsilon p\cdot f_5\eta_5$ とかく場合もあり同じことである。f_5とf，η_5とηはそれぞれ定義が違うから異なった値になるが，$f_5\eta_5$と$f\eta$とは当然のことながら等しい。またこのkをk_∞（「ケイ無限大」と読む）と書き，

$$k_\infty=\varepsilon p f\eta \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (7)$$

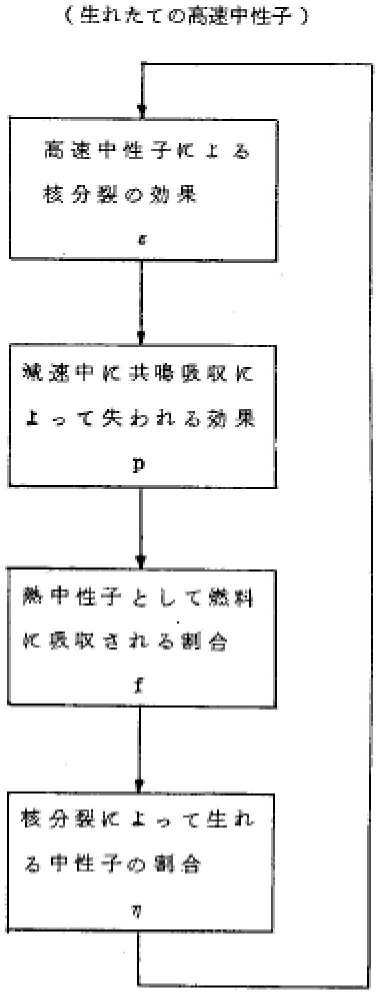


図 5

とかくことが多い。kに∞（無限大を示す記号）をつけるのはこのkが実は無限大の大きさをもった原子炉という架空の原子炉の臨界と関係があるからである。

最後に4因子公式に対応する中性子サイクルを図5に示しておく。

第三章　遅発中性子と中性子の寿命

k（増倍係数）が1より大きいと，いわゆる臨界以上（Supercritical）で中性子の数は時間とともに増加するわけであるが，その増加の速さはkが大きいほど大きい。

しかし，これはkの大きさだけで決るものではなくT（中性子の寿命）にも関係する。kが大きくてもTが大きければ1サイクルを終るのに時間がかかるから中性子数の増加の速さは，さほど速くならない。従ってこのTの大小は原子炉の反応の進む速さを表すものとして重要である。このことは第一章で説明したことである。

ところで第二章で説明した事実からすぐわかるようにこのT（中性子の寿命）というのは中性子のサイクルが1回完了するのに要する時間である。中性子が高速中性子時代のごく短かい幼年期を過ぎ，減速の時代を終り熱中性子としていくらかの時間を過ごし，最後に核分裂を起して2代目の高速中性子が生れるまでの時間の合計がTである。

3.1 遅発中性子

黒鉛減速天然ウラン原子炉では高速中性子が生れてから次の核分裂（熱中性子による）が起るまでの時間は約0.001秒である。この内訳は熱中性子として飛び廻る時間が一番長く0.001秒のうちの80%以上を占め，12～13%が減速に要する時間である。ところで高速中性子は核分裂が起るとすぐに飛び出すものもあるが，一部分はしばらくたってから飛び出してくることがわかっている。この遅れて出て来る中性子を「遅発中性子（Delayed neutron）」という。もしこの遅発中性子がなく全部の中性子が核分裂と同時に出て来るとすると，Tは上にあげた数字0.001秒になるわけで，また逆に全ての中性子が遅発中性子で核分裂の後ΔT秒後になって出て来るとすれば，

$$T = 0.001 + \Delta T \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (8)$$

となる。しかるに実際はその一部分が遅れて出て来るのであり，しかもその遅れ方もいろいろのものが混っている。核分裂によって飛び出す中性子のうち遅れて出て来るものは約0.7%で残りの99.3%は核分裂と殆ど同時に飛び出して来る。

核分裂によって生じた破片である軽い元素の原子核は初めは放射性のラジウムなどのように不安定な原子核を含んでいて中性子を放出しながら次第に安定な軽い元素になってゆく，このときに出る中性子がここで問題にしている遅発中性子である。

従って遅発中性子といっても核分裂の後しばらくたって突然どっと出て来るものではなく，核分裂の直後から出始めて，次第にその放出数が少くなるといったものである。そしてこの放出数の減少の速さも放出する中性子の全数も分裂破片である軽い原子核が異れば異る。分裂破

片のあるものは僅か数分の1秒ほどの間に殆んどの中性子を出してしまうものもあり，中には1分もかかるものもある。

従って（8）式のΔTとしては大ざっぱにこれらの平均をとって用いることが考えられる。この平均値としてのΔTは約0.1秒になる。

従って（8）式から，

$$T = 0.001 + 0.1 = 0.101 \cong 0.1 \text{〔秒〕}$$

ということになり1サイクルに要する時間の殆どは遅発中性子の効果によって決ってしまう。これに比べれば熱中性子として飛び廻る時間や減速時間などその100分の1程度で無視できる。

〔註〕核分裂によって生じる破片が中性子を放出しながら安定な原子核になる様子をきちんと扱うには半減期とか平均寿命とかいう概念が必要であり，指数函数減衰の話をしなければならないが，ここではそれは省略した。

3.2 遅発中性子の効果と原子炉周期

Tとkとがわかると第一章で行った計算法によって中性子数の時間的な増減の様子を調べることができる。

いま，原子炉に時刻$t = 0$のときにN個の高速中性子を投げ入れたとしよう。その後の中性子数は（1）式で与えられている。即ち，$x(n) = N k^n$

nサイクルが終了したときの中性子数が$x(n)$である。そしてサイクルが終了するのに要する時間が $t_n = n \cdot T$ である。この式の意味は，1サイクル毎に中性子数がk倍になるという現象をそのまま示しているにすぎない。

即ち，nサイクルの次の1サイクルで$N k^n$が更にk倍になり$N k^{n+1}$となる。この1サイクルに要する時間はT秒であり，このT秒間に中性子は$N k^n$から$N k^{n+1}$になったのだから増加の時間的割合いは，

$$\frac{Nk^{n+1} - Nk^n}{T} = \frac{Nk^n (k-1)}{T}$$

である。ところで1サイクルに要する時間Tは約0.1秒ほどであったから，われわれが数秒の単位，あるいは数分とかそれ以上の単位でこの現象を観察していればTは非常に短い時間と考えられる。

またkの大きさであるが，このkは1に非常に近い値になっているのが普通である。即ち1サイクルで中性子がいっぺんに2倍，3倍になるような原子炉は実際には作らない。実際にある原子炉ではkがほんの僅かだけ1より大きくできる程度のものである。

時刻tのときの中性子数を$x(t)$とすると, 中性子数のこの時刻に於ける時間的変化の割合即ち

増加の速さは，$x(t)$ の時間微分として表される。

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=t_n} \cong \frac{k-1}{T}x(t_n)$$

この式の意味は時刻 $t=t_n$ の時の中性子数の増加の速さ $\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=t_n}$ はその時刻の中性子数 $x(t_n)$ に $\frac{k-1}{T}$ を掛けたものにほゞ等しいということである。

これを一般的に近似等号を等号にして，

$$x'(t) = \frac{k-1}{T}x(t) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (9)$$

とかかれている。この式からわかることは中性子の増加の速さは $(k-1)$ に比例し，T に逆比例し，その時の中性子数 $x(t)$ に比例するということである。

（9）式に於いて，

（1）$k<1$ ならば，$\frac{dx}{dt}<0$ となり中性子数は時間と共に減少することがわかる。これは既に1で考察した通り，臨界以下（Subcritical）ということである。

（2）$k>1$ ならば，$\frac{dx}{dt}>0$ となり中性子数は時間と共に増大し，臨界以上（Supercritical）である。

（3）$k=1$ ならば，$\frac{dx}{dt}=0$ となり中性子数は一定となり変化しない。即ち臨界（Critical）である。

このように微分を使って表わした式は（1）式に比べて現象の性質をしらべるのに便利であり，わかりよい。しかし（9）式で表される $x(t)$ というのは具体的にはどのような函数なのかこのままではわかりにくい。それで次に $x(t)$ の具体的な形を求めてみると，

$$x(t) = Ne^{\frac{k-1}{T}t} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (10)$$

となる。$t=0$ のとき $x=N$ となることはいうまでもない。

〔註〕このように（9）式を満す $x(t)$ を求めることを微分方程式（9）を解くというが，これは，指数函数 e^x の微分が同じ e^x になるということを知っていれば簡単にわかる。

先ず e^{at} を t で微分してみる。

$x=at$ とおいて「函数の函数の微分」のやり方に従って，

$$\frac{d}{dt}\left[e^{at}\right] = \frac{d}{dx}\left[e^x\right]\cdot\frac{d}{dt}\left[at\right] = e^x\cdot a = a\cdot e^{at}$$

即ち，$x(t)=e^{at}$ とおくと，$x'(t)=ax(t)$

これと（9）式を比べると $a=\dfrac{k-1}{T}$ であることがわかる。

従って，$x(t)=e^{\left(\frac{k-1}{T}\right)t}$ が（9）式の解である。

しかし，この $x(t)$ に勝手な係数 N をかけて

$$x(t)=N\cdot e^{\left(\frac{k-1}{T}\right)t} \quad \text{とおけば,}$$

$$x'(t)=N\cdot\left(\frac{k-1}{T}\right)e^{\left(\frac{k-1}{T}\right)t}=\frac{k-1}{T}N\cdot e^{\left(\frac{k-1}{T}\right)t}$$

となるからやはり解になることがわかる。

そして，$x(t)$ は $t=0$ のときは N にならねばならないのだから（これを微分方程式の初期条件という），$e^0=1$ によって，

$$x(t)=N\cdot e^{\left(\frac{k-1}{T}\right)t}$$

が求める解であることがわかる。

ところでもし遅発中性子がなく，全ての中性子が核分裂と同時に放出されるとすると，T は0.1秒から0.001秒に変ってしまう。然るに中性子数の増加の速さは T に逆比例するのであったから T が0.1秒から，その100分の1の0.001秒に減少すると，100倍の速さで増加することになる。

原子炉は常に臨界に保って運転されているから炉内の中性子数が一定に保持されているのであるが，もし原子炉の増倍係数 k が何かの原因で1より大きくなったとすると，中性子の数は増加し始める。そしてこの速さがあまり速いとたちまち核分裂の数が増大して原子炉は爆発してしまう。遅発中性子はこのような中性子教の増加をゆっくりにする効果があるため原子炉の運転が容易になっている。

（10）式に於て $t=\dfrac{T}{k-1}$ とおくと，$e^1=e$ だから $x\left(\dfrac{T}{k-1}\right)=Ne$ となる。

この t を「原子炉周期（period）」と呼んでいる。即ち中性子数が e 倍になる時間が原子炉周期である。k が1に近ければこの e 倍になる時間が長く中性子数の増加の速さはゆっくりとなる。

第四章:原子炉の大きさと臨界質量

いままでは原子炉の大きさについて何もふれなかった。もっぱら連鎖反応という現象をk（増倍係数）とT（中性子寿命）という2ッの量によって特長づけてきた。

しかし，原子炉にとってもうひとつ重要な量「原子炉の大きさ」というものがある。原子炉には球形，立方体，円柱形などいろいろな形のものがあるが，とにかく大きさをもっている。

そして，この中で連鎖反応が進行している。中性子もこの中にうようよしている。ところでこの中性子の分布状態を調べてみると，炉の中心部には，沢山の中性子があり，周辺部に来るほど少くなっている。そして原子炉表面からは中性子がどんどん逃げ出してくる。従って，この表面から逃げ出して来た中性子は原子炉の中で吸収もされず，核分裂を起すこともなく，いわば，第二章で説明した中性子サイクルからの脱出者なのである。4因子公式の説明の例として100個の中性子が，ε倍され，減速中の共鳴吸収で，それが更にp倍になり，とに角$\varepsilon \times p \times f \times \eta = k$倍されて108個になるという話があったが、しかしこれはこのサイクル中に中性子が炉の外へ逃げて失われることはないとしての話だった。ところが実際には，炉の外へ逃げて出るものがある。減速中にあっちこっち飛び廻るうちに炉の表面近くに行って逃げてしまうものと，熱中性子になってしばらくうろうろする間に逃げてしまうものとがあるのだが，減速中に逃げて出るものを全体のQ_1%とすると，$1 - \frac{Q_1}{100} = P_1$ が逃げずに熱中性子となる割合であるから100個の中性子はε倍され，p倍され，更にP_1倍されて，$100 \times \varepsilon \times p \times P_1$ 個が熱中性子となる。

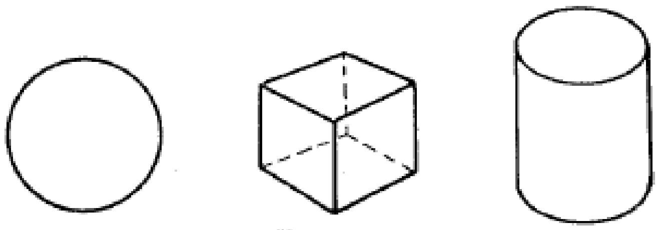


図　6

更に熱中性子になってから逃げて出るものがQ_2%あるとすると，$1 - \frac{Q_2}{100} = P_2$ が逃げずに熱中性子として吸収されたり，核分裂を起したりすることになるから，減速によって熱中性子になった$100 \times \varepsilon \times p \times P_1$ 個にP_2をかけた$100 \times \varepsilon \times p \times P_1 \times P_2$ 個が吸収される。そのうち燃料に吸収される割合いはfだから，結局100個の中性子は$100 \times \varepsilon \times p \times P_1 \times P_2 \times f \times \eta$ 個の2代目を炉の中に生み出すことになる。即ち，本当の増倍係数kは$(\varepsilon p f \eta)$ に更にP_1とP_2が掛ったものであるということになる。この$P_1 \times P_2$ をまとめてPとかき，これを中性子が炉の外に「もれて出ない確率」とか「もれて出ない割合」とかいう。

4.1 もれて出ない確率

中性子の生涯を考えてみると，それは最終的には原子炉の中で吸収されてしまうか，炉の外にもれて出てしまうかのどちらかである。吸収されたものの中には核分裂を起すものもあり，そのまま犬死して果てるものもあるが，とに角，もれて出なかったものは吸収されてその生涯を閉じることになる。従って，中性子が炉の外にもれて出る割合は，

$$\begin{pmatrix}\text{もれて出る}\\ \text{割　　合}\end{pmatrix}=\frac{(\text{もれて出る数})}{(\text{全　　　数})}=\frac{(\text{もれて出る数})}{(\text{吸収される数})+(\text{もれて出る数})}$$

となり，逆にもれて出ない割合は，

$$\begin{pmatrix}\text{もれて出ない}\\ \text{割　　　合}\end{pmatrix}=\frac{(\text{吸収される数})}{(\text{全　　　数})}=\frac{(\text{吸収される数})}{(\text{吸収される数})+(\text{もれて出る数})} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (11)$$

当然のことであるが，

$$\begin{pmatrix}\text{もれて出る}\\ \text{割　　合}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\text{もれて出ない}\\ \text{割　　　合}\end{pmatrix}=1$$

そこで，もれて出ない割合Pについてもう少し詳しく調べてみよう。

（11）式を少し変形すると，

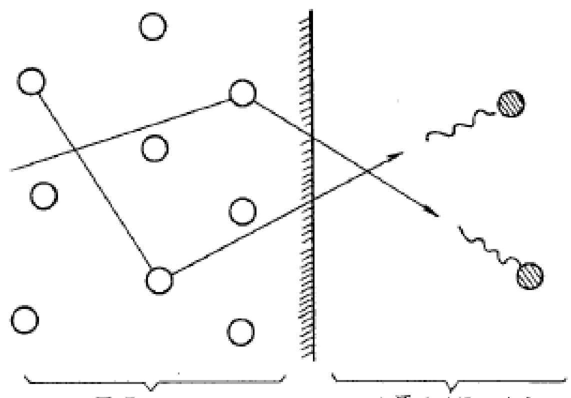
$$\begin{pmatrix}\text{もれて出ない}\\ \text{割　　　合}\end{pmatrix}=P=\frac{(\text{吸収される数})}{(\text{吸収される数})+(\text{もれて出る数})}$$

$$=\frac{1}{1+\left[\dfrac{(\text{もれて出る数})}{(\text{吸収される数})}\right]} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (12)$$

のような形にかける。

炉の外にもれて出て来る中性子は図7に示すように原子炉を構成している物質の原子と衝突して反発されて真っ直ぐに飛び出して来るのだから原子炉のあまり奥の方からは飛び出してこられない。何故ならば，奥の方から飛び出してこようとしてもその途中にある沢山の原子にじゃまされ，あちこち廻り道をさせられるからだ。そこで，逃げ出そうとする中性子にとってじゃま者が少ない方がよい。

それは群衆の中にまぎれ込んだ人間が，そこを抜け出そうとする時に，人がまばらな方が抜け出し易いのと似ている。障害物が少ないと中性子は長い距離を真っ直ぐに飛べる。この真っ直ぐに飛べる距離はいつも同じだとは限らない。ある時は運悪く，すぐに衝突してしまって方向を変えざるを得なくなるかと思えば，ある時は運よく遠くまでひと息に



（原子炉の中）　図　7　（原子炉の外）

飛ぶことができる。しかし，その距離の平均をとってみると，大体この障害物の密度や大きさに反比例することは容易にわかるだろう。混雑がひどければ，それだけ真っ直ぐに走り抜けることは困難になるようなものである。この真っ直ぐに飛ぶ距離の平均を中性子の「平均自由行程（mean free path）」と呼んでいるが，これをλ（ラムダー）とかき，障害物の大きさ（これを断面積というのだが）をσ（シグマ）とかき，障害物の密度，則ち混雑の程度をNとすると（Nは単位体積当りの障害物数を表すことはわかるだろう）λはσとNに反比例するので，

$$\lambda \propto \frac{1}{N\sigma} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (13)$$

σはひとつひとつの障害物の大きさ（断面積）であるから$N\sigma$ は単位体積中にある障害物の全面積を表していることになる。そこでこれをΣ（シグマ）とかき，（このΣはσの大文字である）

$$\Sigma = N\sigma \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (14)$$

従って（13）式はこのΣを用いると，

$$\lambda \propto \frac{1}{\Sigma} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (15)$$

とかける。

ところで，この中性子の平均自由行程λが長いほど中性子は炉の外に逃げ出し易いわけだが，しかしもし原子炉がこのλの長さに比べて非常に大きいものだとすると，さほど容易でない。

群衆がまばらでも広い範囲にひろがっているとこれを抜け出すことは容易でないと同じ理くつだ。そこで原子炉からの逃げ出し易さはこのλが原子炉の大きさと比べてどのくらいかということで決る。即ち，原子炉の大きさをRとすると，このRは炉が球形なら半径又は直径，立方体なら辺の長さ，などを用いればよいが，このRに対するλの割合が大きい程逃げ出し易いということになるから，

$$\begin{pmatrix} \text{逃げ出し} \\ \text{易　　さ} \end{pmatrix} \propto \frac{\lambda}{R} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (16)$$

とかくことができるだろう。

次に吸収について考えよう。原子炉の中で吸収された中性子が生れてからどのぐらいの距離を飛び歩いたか，これは中性子によってそれぞれ違うだろう。あるものは生まれて間もなく減速中に吸収されるだろうし，あるものは熱中性子になり暫くあちこち飛び廻り長旅の果てにやっと吸収される。しかし，この旅程もいろいろな中性子について平均してみると吸収という落し穴の大きさとその落し穴の数に反比例する。即ち落し穴が大きく，その数も多ければ中性子はいくらも旅をしないうちに穴に落ちてしまうだろう。そこでこの吸収されるまでに動く距離の平均をl_a（小さくaの文字をつけるのはabsorption〔吸収〕の頭文字aをとって吸収されるま

での旅程ということを表すためである。）とし，落し穴の大きさをσ_aとし，その密度（単位体積当りの落し穴の数）をN_aとすると，

$$l_a \propto \frac{1}{N_a \sigma_a} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (17)$$

とかける。ところで，この落し穴の大きさσ_aは吸収断面積と呼ばれるもので，半径rの落し穴ならπr^2 がこのσ_aに相当するものと思えばよい。従って$N_a \sigma_a$ は単位体積当りの落し穴の全断面積を表すことになる。

これをΣ_aとかく。

$$\Sigma_a = N_a \sigma_a \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (18)$$

従って，（17）式はこのΣ_aを用いると，

$$l_a \propto \frac{1}{\Sigma_a} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (19)$$

ところで, 原子炉の中での中性子の吸収され易さは, このl_aに反比例することが想像される。l_aが短かいということは，あまりあちこち歩かぬうちに吸収されてしまうということであるから。しかし，逃げ出し易さを考えたときと同様にこれも原子炉の大きさと関係がある。非常に大きな原子炉なら少しぐらいl_aが長くても結局広い原子炉から抜け出せずに長旅の果てに吸収されてしまうだろうが，小さな原子炉ではうろうろしているうちに外に出てしまうかも知れない。

従って，これもやはりl_aが原子炉の大きさRに比べてどれくらい短いのかということが大切である。即ち，

$$\left(\text{吸収され易さ}\right) \propto \frac{R}{l_a} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (20)$$

ということになる。

そこで, 吸収される中性子数は, この吸収され易さに比例するだろうから, その比例定数をg_aとすると，

$$\left(\text{吸収される数}\right) = g_a \cdot \frac{R}{l_a}$$

同様にして, もれて出る数も逃げ出し易さに比例すると考えて, その比例定数をgとすると，

$$\left(\text{もれて出る数}\right) = g \cdot \frac{\lambda}{R}$$

従って，

$$\frac{(\text{もれて出る数})}{(\text{吸収される数})}=\frac{g\cdot\dfrac{\lambda}{R}}{g_a\cdot\dfrac{R}{l_a}}$$

$$=\left(\frac{g}{g_a}\right)\frac{\lambda l_a}{R^2}$$

この2ッの比例定数gとg_aを決めることは少し複雑な計算を必要とするので，それは省くことにして，とにかく，

$$g=\frac{\alpha}{3}$$

$$g_a=\frac{1}{\alpha}$$

のように両方ともひとつの定数α（アルファー）で表わされることがわかっている。従って，これを用いると，

$$(\text{もれて出る数})=\frac{\lambda}{R}\cdot\frac{\alpha}{3} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (21)$$

$$(\text{吸収される数})=\frac{1}{l_a}\cdot\frac{R}{\alpha} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (22)$$

故に，

$$\frac{(\text{もれて出る数})}{(\text{吸収される数})}=\frac{\lambda\cdot l_a}{3}\left(\frac{\alpha}{R}\right)^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (23)$$

これを（12）式に代入すると，

$$P=\frac{1}{1+\dfrac{\lambda\cdot l_a}{3}\left(\dfrac{\alpha}{R}\right)^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (24)$$

普通は，しかし更に

$$B=\frac{\alpha}{R}$$

$$M^2=\frac{\lambda\cdot l_a}{3}$$

とおいて，（24）式を，

$$P=\frac{1}{1+M^2B^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (25)$$

とかくことがならわしである。

そして，このB^2を原子炉のバックリング（Buckling）と呼び，M^2を原子炉の移動面積（Migration area）と呼んでいる。

$\dfrac{\lambda\cdot l_a}{3}$ をM^2とおき移動面積と呼ぶのはλもl_aも長さであるからλl_a は面積を表すことになり，

しかもλもl_aも中性子の移動距離に関係しているからである。

従って，Mは長さの単位であり，これは原子炉の特性を表わすひとつの重要な量である。M^2が原子炉の構成物質によって決る量であるのに反し，バックリングB^2の方は原子炉の大きさRによって決る量であることに注意してもらいたい。

同じ構成の原子炉でもその大きさが大きくなるとRが大きくなるからBは小さくなり，Pは大きくなる。もれて出ない確率（割合）Pは1より常に小さいことは（25）式からすぐわかるが，原子炉を大きくすればBが小さくなりゼロに近づくからPは大きくなり，次第に1に近くなる。

即ち，

$$\lim_{R\to\infty} B^2 = \lim_{R\to\infty}\left(\frac{\alpha}{R}\right)^2 = 0$$

従って

$$\lim_{R\to\infty} P = \lim_{R\to\infty}\left(\frac{1}{1+M^2B^2}\right) = 1$$

もれない確率（割合）Pが1ということは100%もれないということだから，無限大の原子炉は中性子がもれないということになる。これは当然のことで無限に大きい原子炉では中性子がどこまで飛んで行っても外に出られないのだから，そのうちにはすべて原子炉の中で吸収されてしまうということにほかならない。

このようにバックリングB^2は原子炉からのもれの大小を表わす量としてM^2とともに重要なものである。

MやBが大きい程Pは小さくなり，もれて出る割合が増加するが，前にも注意したようにMは原子炉の構成物質によって決るもので，Bはこれに反し原子炉の寸法（大きさ）によって決るものである。このような2ッの異なった性質を代表するMとBとによってもれて出ない割合Pが決められるのである。

大きい原子炉ほどPが1に近いのでもれて出る中性子は少くなるということはわかったが，原子炉が大きくても，即ちBが小さくても，もしMが大きければPは小さくなり，もれて出る中性子の割合は増加する。従って原子炉の大小はMに比べて大きいか小さいかが大切なのである。

即ち（25）式に於いて，

$$M^2B^2 = M^2\left(\frac{\alpha}{R}\right)^2 = \alpha^2\left(\frac{M}{R}\right)^2$$

であるから，原子炉の大きさRがMに比べて充分大きければM^2B^2 は小さくなり，Pは1に近

くなる。このような意味でMは原子炉の大きさを測る尺度（物指し）であるといえる。

例えば，人間はものの大きさを無意識のうちにも自分の体の大きさと比べて考えている。人間にとってこのプールは丁度いい大きさだと思っても，クジラにとっては小さいと感じるだろう。しかし金魚にとってはきっと大海のように大きいだろう。このように原子炉の大小もMを単位として測ってみなければ意味がない。例えば，次の表1を見よ。これは黒鉛を減速材とする東海炉と水を減速材とするアメリカのドレスデン発電所の原子炉との比較表である。

表 1

	東海炉	ドレスデン
M^2 （㎠）	約900	約 80
炉の高さ （m）	6.63	2.85
炉の直径 （m）	11.72	3.28
熱出力〔メガワット〕	約580	約630

この表によると，東海炉は高さに於いてドレステンの約2.3倍，直径で約3.5倍であるから，東海炉はざっとドレスデンの3倍ほど大きいことになるが，Mを比べてみると，東海炉は$M=\sqrt{900}=30$〔cm〕，ドレスデンは$M=\sqrt{80}=9$〔cm〕であるから東海炉のMはドレスデンの約3.3倍である。従って大ざっぱに見て東海炉もドレスデンも中性子のもれという点ではほゞ同じ大きさである。

4.2 実効増倍係数

原子炉の本当の増倍係数kは4因子の積$\varepsilon p f \eta$にPをかけたものであって，前章まで$k=\varepsilon p f \eta$と考えていたのは中性子のもれがないものと仮定していたからであるということは初めに説明した通りだが，この4因子の積にPを掛けた本当の増倍係数を「実効増倍係数（Effective multiplication factor）」といい，k_{eff}とかく。即ち，

$$k_{eff}=P(\varepsilon p f \eta)$$

Pとして（25）式を代入すると，

$$k_{eff}=\frac{\varepsilon p f \eta}{1+M^2B^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (26)$$

然るに原子炉を大きくして無限大の原子炉を考えると先に説明したように$B=0$となり，従って$P=1$となるから，

$$\lim_{R\to\infty} k_{eff}=\varepsilon p f \eta$$

即ち，4因子の積は無限大原子炉のk_{eff}を与えることになる。これは4因子の積がもれの無い場合のkであったことを思い出せば当然のこととして納得できるだろう。

そこで，この4因子の積を無限大の原子炉のk_{eff}という意味でk_∞とかく。これは既に第二章の5で述べたことである。即ち，

$$k_\infty = \varepsilon p f \eta \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (27)$$

これを（26）式に代入すると，

$$k_{eff} = \frac{k_\infty}{1+M^2B^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (28)$$

これは原子炉に関する基本式であり，極めて重要な意味をもっている。というのは実際大きさをもった原子炉が臨界になるためにはk_∞ではなく，k_{eff} が1にならなければいけない。k_∞が1より大きくてもk_{eff} が1より小さければ，中性子は連鎖反応のサイクル中に炉の外に逃げてゆくもののために次第に数が少くなり，連鎖反応はどんどん弱まってしまうからである。

4.3 臨界質量

原子炉が丁度，臨界になるためには,

$$k_{eff} = 1$$

でなければならない。即ち，

$$\frac{k_\infty}{1+M^2B^2} = 1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (29)$$

が成り立つ時に原子炉は臨界になるのである。

こういう意味で（29）式を「臨界方程式（Critical equation）」という。

（29）式を少し変形してみよう。

先ず（29）式の分母を払うと，

$$k_\infty = 1 + M^2B^2$$

$$\therefore \quad \frac{k_\infty - 1}{M^2} = B^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (30)$$

これは臨界方程式の別な形であるが，この等式の左辺を考えてみると，k_∞は4因子の積であるから原子炉の構成が決まれば決まってしまう。同様にM^2も原子炉の構成によって決まる。即ちk_∞もM^2も原子炉の大きさには関係なしに決まるものである。このことはM^2やk_∞の説明の部分をもう一度思い出してみれば納得できるであろう。

然るに一方B^2は原子炉の大きさによって左右される量である。即ちB^2は原子炉の寸法（大きさ）の自乗に反比例している。そこでもし原子炉の構成をはじめに定めてしまうと（30）式の左辺は決ってしまう。従って（30）式を成り立たせるようなB^2はこの式によって与えられてしまう。

例えば，第二章の例では$k_\infty = 1.08$ であったから，これに対するM^2として$M^2 = 900$〔㎝²〕をとると，

$$\frac{k_\infty - 1}{M^2} = \frac{1.08-1}{900} = \frac{0.08}{900} = 0.9\times10^{-4}$$

のようになるので臨界（$k_{eff} = 1$）になるためのB^2はこの0.9×10^{-4}〔cm^{-2}〕でなければならないことになる。B^2がこのように与えられるということは，原子炉の大きさが決ってしまうということである。例えば，球形の原子炉を作るとしよう。このとき原子炉の大きさを示すものとして球の半径Rをとると，

$$B^2 = \left(\frac{\alpha}{R}\right)^2$$

は定数αが丁度πになることが知られているので，

$$B^2 = \left(\frac{\pi}{R}\right)^2$$

従って，臨界になるための半径Rは，

$$0.9\times10^{-4} = \left(\frac{3.14}{R}\right)^2$$

を満足するものでなければならない。即ち，

$$R = \frac{3.14}{\sqrt{0.9\times10^{-4}}} = 331$$

球形にした場合には直径にして約6.6〔m〕という答が出る。

このように丁度臨界になる大きさを，その原子炉の臨界の大きさという。球形の場合は大きさは半径だけで定まるから，これを臨界半径という。即ち，上の例では臨界半径3.3〔m〕ということになる。そして，この大きさを重さの単位で考えたとき，これを「臨界質量（Critical mass）」という。球の場合の臨界質量mは，臨界半径をRとし，原子炉の密度をρ（ロー）とすると，

$$m = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$$

ということになる。

ところでもし，原子炉の大きさがこの臨界の大きさより大きくなったらどうだろうか？（30）式に於いて，左辺の原子炉の構成によってきまる項をまとめて${B_m}^2$とおくと，（30）式，即ち臨界方程式は，

$${B_m}^2 = B^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (31)$$

但し，

$$B_m{}^2 = \frac{k_\infty - 1}{M^2}$$

とおいた。

この $B_m{}^2$ を「材料バックリング（Material Buckling）」と呼ぶ，そして，初めバックリングと呼んでいた B^2 は原子炉の大きさによって決るバックリングなので区別する意味で，これは「幾何学的バックリング（Geometrical Buckling）」と呼んでいるが，原子炉が臨界の大きさより大きくなって行くとこの B^2（幾何学的バックリング）は，だんだん小さくなるから（30）式または（31）式は成り立たなくなり，

$$B_m{}^2 > B^2$$

となる。　逆に原子炉が臨界の大きさよりも小さくなって行くと B^2 はだんだん大きくなるので，

$$B_m{}^2 < B^2$$

となる。

以上のことを整理してみると，

（1）臨界以下（Subcritical）のとき，

$$B_m{}^2 < B^2 \quad \rightarrow \quad \frac{k_\infty - 1}{M^2} < B^2 \quad \rightarrow \quad \frac{k_\infty}{1 + M^2 B^2} < 1$$

（2）臨界以上（Supercritical）のとき，

$$B_m{}^2 > B^2 \quad \rightarrow \quad \frac{k_\infty - 1}{M^2} > B^2 \quad \rightarrow \quad \frac{k_\infty}{1 + M^2 B^2} > 1$$

（3）臨界（Critical）のとき

$$B_m{}^2 = B^2 \quad \rightarrow \quad \frac{k_\infty - 1}{M^2} = B^2 \quad \rightarrow \quad \frac{k_\infty}{1 + M^2 B^2} = 1$$

ここに得られた3ッの式は，（28）式によって

$k_{eff} < 1$　（臨界以下）

$k_{eff} > 1$　（臨界以上）

$k_{eff} = 1$　（臨界）

ということに対応していることがわかる。即ち，k_{eff}（実効増倍係数）が実際の原子炉の臨界であるかないかを判定する重要な量であることがわかる。このことは既にこの節の初めに説明したことのくり返しである。

4.4 原子炉の形状

いままでは原子炉の大きさを表わすものとして漠然と長さ R を考え，球形原子炉ではこの R は半径であり，幾何学的バックリング B^2 は,

$$B^2 = \left(\frac{\pi}{R}\right)^2$$

となることを述べたが，円柱形の原子炉，例えば表1にあげた東海炉やドレスデンの原子炉ではこの原子炉の大きさ R とは原子炉の高さと半径の2ッのものを指すことになる。実際，大きな原子炉は殆どこの円柱形である。こういう場合に B^2 はどう表わしたらよいのだろうかという疑問を前から持ったことだろう。

円柱形の場合 R を円柱の半径， H を円柱の高さとすると， B^2 は次のようになる。

$$B^2 = \left(\frac{2.405}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{H}\right)^2$$

即ち，こういう場合には B^2 は2ッの $\left(\frac{\alpha}{R}\right)^2$ の和になる。そして，定数 α は半径に対しては, 2.405 となり，高さに対しては π というように別々の値をとる。

3辺の長さがそれぞれ a， b， c である直方体に対しては,

$$B^2 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{c}\right)^2$$

となり，定数 α は共通ですべて π になるが3つの $\left(\frac{\alpha}{R}\right)^2$ の和の形をとる。

このように B^2 の値を計算することはやゝ高級な数学の助けを借りなければならないが, B^2 の形がこのように複雑になっても結局, 初めに説明したように原子炉の寸法の自乗に反比例するという基本的を性質をよく理解していることが大切である。

4.5 原子炉の大きさと超過反応度

原子炉が臨界にあるときは $k_{eff} = 1$ であるから,

$$\frac{k_\infty}{1 + M^2 B^2} = 1$$

$$\therefore \quad k_\infty = 1 + M^2 B^2 > 1$$

即ち， k_∞ は1より大きくなければ原子炉は臨界にならない。しかし， k_∞ を1よりあまり大きくすることはできない。

これは，中性子を無駄に吸収する物質が原子炉の中にはどうしても或る程度は入っている上に，U^{235} は核分裂によって平均約2.5個の中性子を放出するだけで，これを10個や20個にすることはできないからだ。従って，原子炉としてはなるべく中性子のもれによる損失を少なくして, 即ち B^2 を小さくして k_∞ としては1よりほんの少し大きいだけで充分臨界になるよ

うにしてやらなければならない。このことを逆に言えば原子炉が小さくなれば連鎖反応を持続するためにどうしても大きなk_∞を必要とすることになり，あまり小さな原子炉になるとk_∞を極端に大きくしなければならなくなり，原子炉の構成をどのようにやってみてもそんなに大きなk_∞は得られず，結局原子炉は臨界にならない。

しかし，原子炉を充分大きくしてやると，k_{eff} は1より大きくなることは既に述べた。そこで，このような臨界以上の場合に，その程度を表わすものとして，

$$\rho = \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}}$$

なる量ρ（ロー）を定義して，これを原子炉の「超過反応度（Excess reactivity）」という。

従って$\rho = 0$ ならば臨界であり，$\rho > 0$ なら臨界以上，$\rho < 0$ なら臨界以下ということになる。原子炉は普通$\rho > 0$ になるように作られている。そしてこのままではどんどん核分裂反応が進んで危険なので，炉の中に中性子の吸収物質をわざと挿入して中性子を無駄に吸収させてk_∞を小さくし，$\rho = 0$ としたり$\rho < 0$ としたりしている。$\rho < 0$ なら当然原子炉は止ってしまう。このような吸収物質を普通，棒状にして入れるのでこれを制御棒という。

4.6 反射体

中性子のもれを少なくすることは原子炉を作る上に大切なことであるということを説明したが，中性子は原子炉の表面からもれるのであるから表面積を小さくすればよい。同じ体積の原子炉ならば立方体より球の方が有利である。しかし，原子炉は熱を発生し，その熱をとり出してタービンをまわし，電気を起すなどという特定の目的をもっている場合が多い。原子炉の形状もこうした目的や製作のし易さというようなことから，ある程度決ってしまう。発電用の大きな原子炉は表1の東海炉やドレスデンの例のように円柱形のものがいろいろな点でよいことがわかっているため殆んどこの形になっている。そこで原子炉の表面積を減らす方法として別の方法が考えられた。それは，原子炉に囲いをつけることである。逃げ口である表面をふさいでしまうことである。即ち，原子炉にフタをしてしまうことである。

図 8 のように原子炉の表面に中性子をよく反射して，再び原子炉の中に押しもどしてやる物質をはりつけておけば，中性子のもれは少なくなる。このようなものを原子炉の反射体とか「反射材（Reflector）」という。反射材としては中性子をよく反発する減速材が用いられる。中性子が反射体の中に入って吸収されてしまうよう

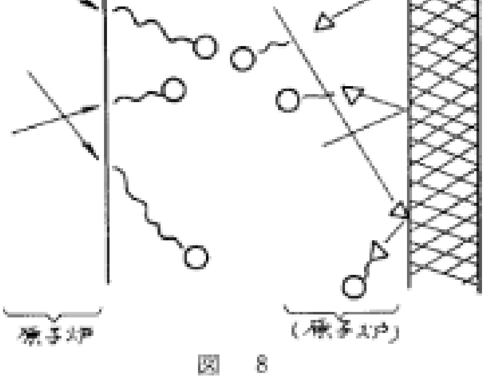


図 8

では役に立たないから吸収する力の少ないものがよい。
こういう点から減速材はまた反射材としてもよいのである。

第五章: 原子炉の中での中性子分布

原子炉の中では，中心部ほど中性子が多く表面に近づくほど少なくなっていることが観測される。

臨界（Critical）の原子炉は中性子の数が増えも減りもしないのだから，表面から絶えずもれて出ている中性子の数だけ原子炉の中で沸き出していなければならないだろう。そうしないとバランスがとれない。

原子炉の中で湧き出す中性子の数が，表面からもれて出て行く中性子の数より多いと，原子炉の中の中性子は過剰生産になり，どんどんあまって来る。

従って，中性子の数は時間がたつうちに増加してゆく。これは原子炉が臨界以上（Supercritical）になっているということである。

逆に，原子炉の中での中性子の生産が不足すると，中性子の数は，どんどん減って行ってしまうから，これは臨界以下（Subcritical）になっていることである。

5.1 中性子のバランス

原子炉が臨界であるかないかということは，このように中性子のもれと湧き出しの数のバランスによって表わすこともできる。即ち，

（1）臨界以下（Subcritical）　$(\text{もれる数}) > (\text{湧き出る数})$

（2）臨界以上（Supercritical）　$(\text{もれる数}) < (\text{湧き出る数})$

（3）臨界（Critical）　$(\text{もれる数}) = (\text{湧き出る数})$

ところで，この中性子が湧き出すということはどういうことなのだろう。第二章の例で説明したように中性子がもれて失われないものとすると，100個の中性子が1サイクル終ると108個の中性子に変ることがわかった。

ところが実際は，サイクルの途中で中性子は少しもれてしまうから，1サイクル中にもれて出る中性子の教をn個としよう。すると，$(100-n)$ 個がサイクルに実際に参加して，k_∞倍（即ちこの場合$k_\infty = 1.08$ だから1.08倍）の2代目中性子を作り出すことになる。即ち，$k_\infty(100-n)$個が2代目の中性子数である。この2代目の中性子数がm個であったとすると，

$$k_\infty(100-n) = m$$

$$\therefore \quad n = \frac{100 \cdot k_\infty - m}{k_\infty}$$

もし原子炉が臨界ならば，2代目も100個でなければならないから， $m = 100$

したがって，

$$n = 100 \times \frac{k_\infty - 1}{k_\infty}$$

$k_\infty = 1.08$ であったら，

$$n = 100 \times \frac{0.08}{1.08} = \frac{8}{1.08} \quad 8 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (32)$$

即ち，8個の中性子が1サイクル中にもれて出ていることになる。

ところで，$(100 - n)$ 個の中性子が吸収されて，$k_\infty(100 - n)$ 個の中性子が，2代目として生れて来たのだから，さっき問題にした「湧き出る数」

$$k_\infty(100 - n) - (100 - n) = (k_\infty - 1) \cdot (100 - n)$$

臨界のときには，これが丁度1サイクルの間にもれて出る中性子数nに等しいのだから，

$$(k_\infty - 1) \cdot (100 - n) = n$$

$$\therefore \quad n = 100 \times \frac{k_\infty - 1}{k_\infty}$$

となり，同じ結果が得られる。即ち，いずれにしても炉が臨界ならば，1サイクルの間に100個中，$100 \times \frac{k_\infty - 1}{k_\infty}$ 個がもれて出ている。これを割合でかけば，

$$\frac{k_\infty - 1}{k_\infty} = (\text{臨界のとき1サイクル間にもれて出る中性子の割合})$$

ということになる。

ところで（32）式でもれる数nが初めの中性子の数100個に対して僅か8個というように非常に小さいので $100 - n = 100 - 8 = 92 \cong 100$ というようにnを無視してしまうと，近似的に，100個の中性子がある所からは，1サイクルの間に$100 \cdot (k_\infty - 1)$ 個の中性子が湧き出していることになる。即ち，湧き出す中性子の数はそこにある中性子の数に比例する。N個の中性子があれば約$N \cdot (k_\infty - 1)$ 個の中性子が1サイクル間に湧き出してくるわけだ。

5.2 中性子の流れ

中性子は全く勝手な方向にうごきまわっているから，一方から他方へ流れて行くなどという統一行動はとれないように思われる。しかし，そうではない。不思議なことである。次にこの不思議について説明しよう。

先ず第1番目の例として中性子が一様に分布してうごめいているという場合を考えよう。図

9のように，中性子が分布している空間の中に1枚の架空の仕切り膜を考えてみると，この膜の左側のすぐそばに居るn個の中性子（単位体積当りn個と考えた方がよいが）が，それぞれ勝手な方向に飛んでいるので，一方向にばかり沢山飛んで来るなどという，いわゆる統一行動はない。

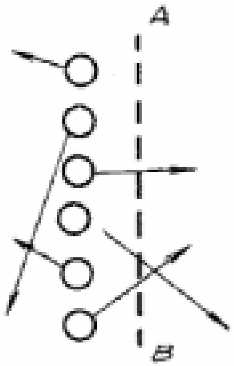


図 9

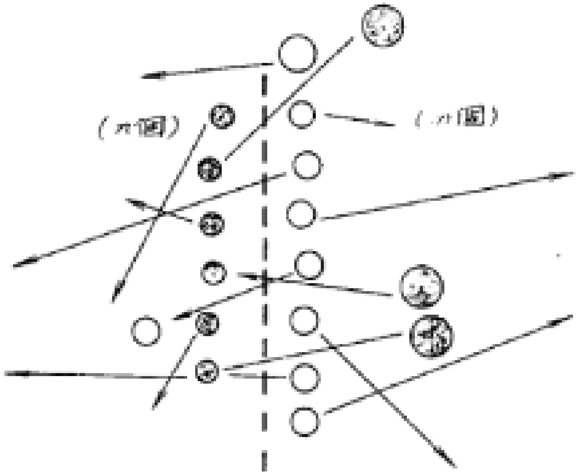


図 10

従って，半数は，この膜を越えてとんでくるだろうし，半数は膜の反対方向へ遠ざかって行くだろう。だから膜を越えたものを全部（どんな方向に膜を越えて行ってもよいから）かぞえると$\frac{n}{2}$個になるだろう。一方，膜の右側にもn個居るのだから，これも勝手に飛んで，やはり$\frac{n}{2}$個が膜を越えて，左側にやってくるだろう。

結局, 左から右へ行ったものと, 右から左へ行ったものと差し引きしてみるとゼロになる。即ち，中性子の人口移動という点から見ると，境界ABを通って移動したものはなかったと考えてよい。

ところで第2番目に, 第10図のように膜ABの両側で中性子の密度が違っていたらどうだろう。左側のn個の半分の$\frac{n}{2}$個が右側に移り, 右側のm個の半分の$\frac{m}{2}$個が左側に移るから，もし，$m > n$ならば$\left(\frac{m-n}{2}\right)$個の中性子が右から左へ移ったことになる。即ち，右側の地区は$\frac{m}{2}$個出して，$\frac{n}{2}$個もらったのだから，差し引き$\left(\frac{m}{2}-\frac{n}{2}\right)$個だけ減り，左側の地区は逆に$\left(\frac{m}{2}-\frac{n}{2}\right)$個だけ増加する。

これをいいかえると，右側から左側へ中性子が流入したということになる。しかも，その流入の量は左右の中性子密度の差$(m-n)$に比例していることもわかる。

中性子はそれぞれ勝手な運動をしているにもかかわらず，密度の高い所から低い所へ移動している。

5.3 中性子の分布

臨界になっている原子炉の中での中性子の分布は中心部で密度が高く，周囲へ行くほど密度が低くなっていることが観測されている。してみると密度の高い所から低い所へ中性子の流れがある筈だということが，前の議論から想像される。

また一方，臨界の原子炉では$N \cdot (k_\infty - 1)$ 個の中性子が1サイクル間に湧き出していて，これがもれとなって失われて，バランスしていることもわかったのだから，もう少しこのことを詳しく考えてみよう。

図11をみて考えると，原子炉の中のある小さい区域ABの中では，そこの中性子数がN個だとすると$N \cdot (k_\infty - 1)$ 個の中性子が1サイクル毎に湧き出ている。一方この区域の右隣りの区域では，少し中性子密度が高くて$(N + \Delta N)$ 個の中性子があり，従ってこの右側の区域からは密度の差に比例する数だけの中性子がAB間に流れ込んで来る。そして，左隣りはAB間よりも密度が低く$(N - \Delta N)$ 個の中性子しかないとすると，この左隣りへは，AB間から流出してゆく中性子がある筈だ。ところが臨界のときは湧き出たものがすべて流れ出していてバランスがとれているのだから，

$$(\text{湧き出る数}) + (\text{流れ込む数}) = (\text{流れ出る数})$$

というバランスの式が成り立っている筈だ。

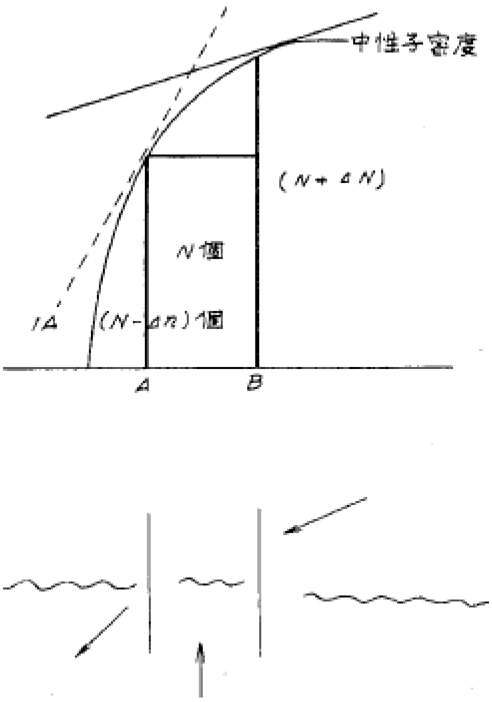


図 11

そこでもし，(湧き出る数) がゼロならばどうだろう。このときは

$$(\text{流れ込む数}) = (\text{流れ出る数})$$

となり，入ったものは全部出てゆくことになる。即ち，AB区域の右隣りとの密度差ΔN と，左隣りの密度差Δn とは等しくなっていなければならない。

(湧き出る数) が大きければ，流れ出る数は流れ込む数とこの湧き出る数の両方を加えた数になるので，左側の密度差は右側に比べて大きくなる。即ち図12のようになる。

このように各部分で中性子の沸き出しと流れ込み流れ出しのバランスを考えてゆけば，図13 のような絵がかけるだろう。これが中性子の分布を表すことはいうまでもない。図 13 で下から上に向いて立っている矢印は湧き出しであり、これはその場所での中性子数 N に比例する。傾いた矢印は流れを表わすものである。

従ってこの階段は上に昇るほどゆるやかになる。そして，そのゆるやかさ，あるいは勾配は，

図 13 の点線で示した曲線の接線の傾きで表されるから，図 11 の上にある図の 1A，1B なる接線がこれに対応している。

しかもこの勾配の変化がその点で湧き出しの量に比例しているのだから，湧き出しの多い炉の中心部に近づくほどこの勾配は急速にゆるやかになる。原子炉の中心部ではただ周囲に中性子が流れ出てゆくだけで流入はないから中心部が山の頂上のようになる。即ち，図 14 に示すような形になる。

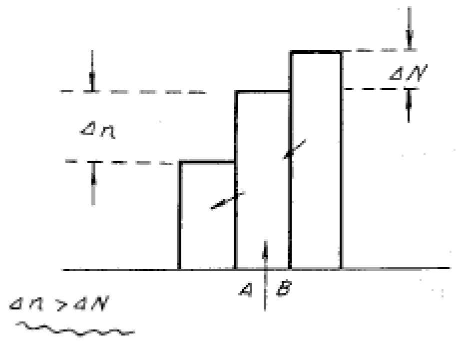


図 12

ところで，もし原子炉の中に中性子を多量に吸収する物体を入れたらどうなるか？

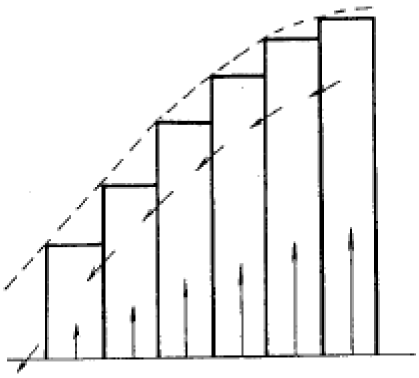


図 13

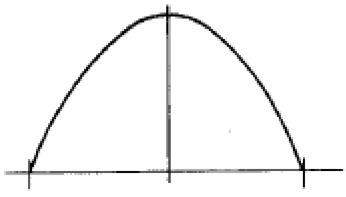


図 14

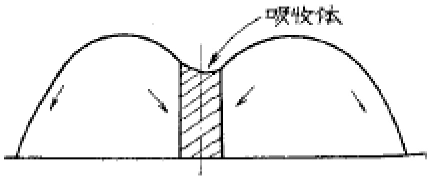


図 15

このときは, 物質の所が中性子の湧き出しではなく, 流れ込みの穴になってしまうのだから, 図15のように中性子はそこだけ凹になる。

このときこの吸収体が吸収する中性子の数だけ余分にまわりで作り出されければならないので，k_{∞} は大きくならなければ臨界は保てない。

第六章：原子炉の制御

原子炉の k_{∞} は僅かではあるが，変り易いもので，原子炉を作ったときの k_{∞} の値がそのまま保てるというものではない。

したがって，原子炉の大きさを適当にとって $k_{eff}=1$ としておいても，そのうちに k_{∞} が変化して k_{eff} が1より大きくなったり小さくなったりする。原子炉は常に臨界になっていなければ一定の中性子数は保てないから，中性子数を一定に保ち，原子炉の中で起る核分裂の数を一定に保持する（即ち，熱出力を一定に保つ）にはこの変化し易い k_{∞} を，したがって，

k_{eff} を調節することが必要である。

6.1　原子炉の温度係数

原子炉を構成している物質は温度が変ると中性子を吸収する力も変化する性質がある。また，減速材の温度が変ると熱中性子の平均速度が変り，これが原因となって中性子の吸収や生成の量，炉外へのもれの割合も変化する。その結果，k_{eff} も温度によって変ることになる。このように k_{eff} が温度1℃上る毎にどれだけ変るか, その変化の割合を「温度係数（Temperature coefficient）」といっている。

6.2　キセノン

ウラニウムが核分裂すると，2ッにわれてその各々の破片は新しい元素になるのだが，その中のひとつにキセノン（Xe^{135}）というのがある。もっとも，これは核分裂の破片から直接生れるものはほんのわずかで，ほとんどは他の破片が放射性変換して生れる。そのため，核分裂が起ってから，7時間ぐらい後になってキセノン（Xe^{135}）が生れてくるということになる。

ところが，このキセノン（Xe^{135}）は中性子をやたらに吸収する。そのため，制御棒を入れたときと同じように原子炉の k_{eff} は低下してしまう。ウラニウムの核分裂によって生れる破片の中には，この他にも中性子を吸収する困った物質が多いが，このキセノン（Xe^{135}）がその中でも最もひどい。ウラニウムの核分裂は原子炉の熱出力が高まるほど盛んになっているわけだから，それだけキセノン（Xe^{135}）の発生も多くなり，k_{eff} は押えられる。このため，出力を上げようとしても，やがて限界が来てそれ以上は出力が出せないことになる。

原子炉の出力はそれを冷却する能力と関係して決る炉内温度の最高値によって決るのが普通だが，その底にはこうした基本的な核反応に関係した制限がある。

6.3　制御棒

原子炉の中で，核分裂が進行すると，炉があたたまって温度が上ったり，核分裂によってキセノンが生れて来たりして，炉の k_{∞} は変化する。大低の場合温度が上ると k_{∞} は減少する（いわゆる負の温度係数を持つ）が，こうなるとキセノンの効果と重って原子炉の k_{∞} が小さくなり k_{eff} が1以下となって止まってしまう。

そこで原子炉は，この効果を見越して，臨界の大きさよりも大きく作られている。こうすれば k_{eff} は初め1より大きいから負の温度係数やキセノンの効果が現われて，丁度 k_{eff} が1になるようにすることができる。

しかし，初めに k_{eff} が1より大きいとすると原子炉を止めておくことが出来ない。そこで中

性子を吸収する性質の強い物質でできた棒を原子炉の中に入れておき，初めはこの棒によってk_∞を小さくし，したがってk_{eff} を小さくして原子炉を臨界以下にしておく。

この棒のことを「制御棒（Control rod）」という。

この制御棒を抜くと中性子の吸収が少くなるのでk_{eff} は次第に大きくなり，炉は遂に臨界になる。そして，温度が上ったり，キセノンができたりしてk_∞が下って来たらまた制御棒を抜いてやって，臨界になるようにすればよい。

原子炉の運転というのはこのような操作をすることである。

原子炉を止めたいときにはこの制御棒をたくさん炉の中に入れてやればよい。

ところで，原子炉を起動する場合，即ち連鎖反応を開始させる場合には初めに種になる中性子が必要である。このため大きな原子炉には中性子を発生する装置が用意されている。しかし，これがなくても原子炉が臨界以上ならば連鎖反応は開始する。というのは燃料であるウラニウムはそのままでもごく僅かずつ中性子を放出しているという性質があるためこの中性子が種になるからである。しかし，これは火種としてはあまり僅かで心細いので，もっと中性子を多量に出す物質を用意している。これが中性子源と呼ばれるものである。

6.4　停止余裕

原子炉を運転するには，逆に原子炉を止めることができなければいけない。

原子炉を安全確実に停止させるには制御棒のようなものをたくさん挿入すればよいが，その結果として原子炉は臨界未満（Subcritical）の状態になる。しかし，第一章のおわりで注意したように，原子炉の中には中性子源が置かれているから，停止中といえども核分裂が完全になくなってしまうということはない。中性子源の大きさや，臨界未満の程度（すなわち，k_{eff} がどれだけ1より小さいかの程度）によって，停止中の原子炉内の核分裂の程度が異る。

そこで，安全確実に原子炉を停止させておくには，k_{eff} を充分1より小さくしておくことが必要である。

$\frac{1-k_{eff}}{k_{eff}}$ すなわち，k_{eff} が1よりどれだけ小さいかの割合を停止余裕といい，原子炉停止時の安全性の目安としている。停止中の原子炉内の核分裂の程度を小さく押えておくには，中性子源を弱くすればよいが，こうすると小さな停止余裕にもかかわらず原子炉は安全に停止しているように見え，外部から誤って中性子源を持ち込んだりすると急に原子炉内の核分裂の程度が上昇し，かえって危い。むしろ「猫の首には鈴をつけておく」という考え方で適当な大きさの中性子源を置き，充分大きな停止余裕をもたせることによって安全確実な停止を行

うことが望ましい。

停止余裕を考える場合は，注意しなければならないことが2ッある。ひとつは炉を止めて出力をゼロにしてしまうと，炉の温度が下って温度係数の効果によって炉のk_{eff} が変化するということであり，もうひとつはキセノン（Ｘe^{135}）の消滅である。キセノン（Ｘe^{135}）は長時間放っておくと自然と変化して中性子を吸収しない元素になってしまう。だから，k_{eff} はこの効果によって大きくなってしまう。もっとも，キセノン（Ｘe^{135}）は核分裂が終ってから7時間ぐらいたったのちに生れてくるのだから，原子炉を停止してから10時間近い間は逆にキセノン（Ｘe^{135}）はどんどん増えて，かえってk_{eff} は低下してしまう。そして，そのうちに生れたキセノン（Ｘe^{135}）が中性子を吸収しない元素に変換してゆくので，k_{eff} は上昇しはじめる。

このように，停止後の原子炉は制御棒も動かさず，そっと放置しておいても，炉の温度変化やキセノン（Ｘe^{135}）の消滅でk_{eff} がゆっくり変化している。だから，ひょっとしてその間にk_{eff} が1になったり1より大きくなったりしたら大変だ。停めておいたはずの原子炉がいつのまにか動き出してしまう。こんな事故を防ぐためにも停止余裕は大きくとり，停止後も原子炉から目をはなさないようにすることが大切である。

6.5　長期特性変化

ウラニウムが核分裂して破片になってしまえば，当然，燃料であるウラニウムの量はだんだん少なくなってくる。その燃えかすである破片（灰）がだんだん増えてくる。燃料が減って灰が増えてくれば原子炉のk_{eff} は小さくなってくる。

しかし，ウラニウムの中には核分裂を起すU^{235} の他に，核分裂をほとんど起さないU^{238} という同位元素が大量に含まれている。このU^{238} は中性子を吸収してプルトニウム（Pu^{239}）というものに変化する性質がある。そして，このPu^{239} はU^{235} と同じように核分裂して熱を出す燃料なのである。だから，原子炉を運転していると，使ってなくなったU^{235} の代りに，そのうちいくらかは，Pu^{239} が生れて償ってもらえる。

このように，長い間原子炉を運転していると，いつの間にか燃料体の中身に変化が起きて，U^{235} の代りにPu^{239} が現われてくる。そして，それらの新しく登場した物質は，中性子の吸収や核分裂のやり方がいろいろ違っているので，原子炉の温度係数や，k_{eff} も変ってくる。こうして，原子炉の特性はゆっくりと変化してゆく。

だから，初めに原子炉の特性がよくわかっていたからといって安心してはいられない。

原子炉はそういう点で，生き物のようなものだ。寿命があり年令がある。性質も年と共に変ってゆく。原子炉を運転するにはこういうことを忘れてはいけない。

練 習 問 題

$T=0.1$〔sec〕　$M^2=900$〔cm²〕　$k_\infty=1.08$ なる原子炉が臨界の大きさになっていた。これを相似形に寸法を2倍にすると同時に，一群の制御棒を挿入したところ，原子炉の e 倍時間は約36秒になった。この一群の制御棒は原子炉の k_{eff} を何パーセント小さくしたことになるか概算せよ。　（答え：約 5% ）

（メ　モ）